数理解析研究所講究録
第 1583 巻 2008 年 193-204

京都大学数理解析研究所 2007 年度研究集会「数学史の研究」 2007/08/23

日本学術振興会特別研究員(PD) 東京外国語大学 但馬亨
torutajima@07.alumni.u-tokyo.ac.jp

オイラーと代数学教科書
ー啓蒙期の数学者とテキストの改変についてー
Leonhard Euler et Livres scolaires d'Algèbre
- Mathématiciens au Siècle des Lumières et les Changements des Texts -

1. はじめに

レオンハルト・オイラー(Leonhard Euler, 1707-83)の著作『代数学への完全な入門 (*Die Vollständige Anleitung zur Algebra* : E387,388, 以下『入門』)』(1770)は, 18 世紀を代表する初等代数学についての入門書であり, 第1版のロシア語訳から, ドイツ語原版, フランス語訳, 英語訳の成立とヨーロッパの東西に普及した. さらに, 19 世紀においても, この著作の価値は損なわれず, 後述するように、オイラー全集を超えてドイツ・レクラム文庫等に収録されて大量の版を重ねている. レクラム文庫に収録されたのは古典・近代の文学や哲学著作が大半であるが, その中に数学書が含まれること自体類がないし, さらにこの著作が成功を納め 20 世紀にまで版を重ね続けたことはより希有な事例である.

本論文では, このように永きに渡って数学書として愛好されてきた『入門』の成立の過程を追うことで, 隠されていたオイラーの同時代の数学者たちによる改変行為を詳らかにしていきたい. さて, [Richards 2006]によれば, 18 世紀の数学は確固とした形式性を獲得せず, いわば「流動性」という特質を所有しているとされるが, この論文においては 18 世紀最大の数学者であるオイラーについての言及があまりにも少ないため,科学史の議論としては充足していないと思われる. したがって, オイラーという当時の数学界における権威を当時のヨーロッパの数学者集団がいかに捉え, また別に利用してきたかという点について『入門』をみることでその痕跡を分析し, [Richards 2006]で主張されるような, 数学教育のための数学史, 人間の認識力を深めるための数学史という, 一つのイデオロギーに影響を受けるオイラー著作の有り様が明らかになるであろう.

2. 『入門』を取り巻く状況

2－1. ユークリッド『原論』の改変という趨勢

まず, 『入門』そのものの分析に入る前に, この教科書を取り巻く状況について説明を加えておきたい. 『入門』の位置づけには, オイラーだけではなく他の数学者や数学教育者の意向も無視するわけにはいかないからである.

先立つ 17 世紀において，教科書執筆のひな形としてユークリッド『原論』の厳密な幾何学的公理モデルは尊重されていた．ホッブズ(Thomas Hobbes,1588-1679)をはじめ，数学以外にもこの論理演繹構造は学問の範と考えられたほどである．一方，18 世紀になると，このモデルは肥大化のあまり，新時代の数学叙述には不適ではないかとする風潮が現れ，数学教科書の叙述の方向性に影響を与え始めた．([Mahoney 1980] p. 149.) 以下にその批判の一部を示す．

cf. クレロー(Alexis de Clairaut,1713-65)，『幾何学原論(*Elémens de géométrie*)』(1741) p. 4
『(ユークリッドの)原論』は，極めて明白な真実を信じることを拒み続けることで，自尊心を保っているような愚かなソフィストたちを納得させなければならなかった．ゆえに，幾何学がこれら愚か者どもを締め出すための根拠付けの手助けとなったことは必然的であった．しかし，時代は移り変わった．前もってすぐれた感覚が知りうることに適用できる根拠付けのすべては完全に失われて，真実を隠すためや読者の気分を害すためのみに働くようになった．

同様にド・ラ・シャペル(Jean-Baptiste de la Chapelle,1710-92)も彼の著作『幾何学教程(*Institutions de Géométrie*)』(1765)で「形而上学者(métaphysician)」と彼によって呼ばれる批判者の「回りくどい議論」と距離をおくことに注意を喚起している．彼によると，この「形而上学者」は「幾何学は神学のような教義的な論文をもっていると主張」するやっかいな人々であり，『原論』の論証形態を墨守するあまり，数学の発展を阻害する存在として嫌悪されている．

2－2. 人間と数学の発展の類比とダランベールの数学展望

また，もうひとつ共通する傾向としてとらえられるのが，人間の成長と数学の発展についての類比である．これは，当時最新の数学であった解析的方法によって得られた多くの成果から，人間の思考過程と数学的方法の発展の間に何らかの類比があるのでは，と考えられたことによる．すなわち，「幼児期(petit enfant)：具象的な幾何学的世界→青年期(adolescent)：有限代数学→完全な成熟期：無限小解析学」(de la Chapelle, *Ibid.*)という関係で数学各分科が扱われるようになる．この結果，数学書における歴史記述的アプローチはより推進されていく．さらに，深く述べないがクレロー，ド・ラ・シャペル双方の著作とも歴史的な順序から各分科を配列したものであり，『原論』的幾何学の過度な厳密性の重視を提唱するものではない．

さて，ここでクレローらの教科書執筆のアプローチを支えたものは何か，という根本を探る問いをたててみよう．この趨勢を作り出した渦の中心は誰だったのだろうか．これこそ，ダランベール(Jean Le Rond d'Alembert, 1717-83)その人であった．彼の数学観には，まさに人間精神と数学研究の間に密接な関係を見いだすものがあり，数学の研究遂行の意味付けとしても働いた．
彼の主張の一節を示そう．「有効な数学的議論は，人間精神(l' ésprit humain)の最上位の達成物であり，この精神の究極的な勝利(triomphe)である（*Encyclopédie,*ed Diderot, d'Alembert, s.v. Elémens des Sciences）」" この数学観は，上述の２人だけでなく，モンチュクラ(J-E.

Montucla,1725-99)，ラクロワ(S. F. Lacroix, 1765-1843) らによっても継承され，数学史的叙述は数学自体の理解，ひいては人類の精神史そのものの理解に深く貢献するものとされる． Cf. *Histoire des mathématiques.* (1758)．この視点は，数学史研究が数学研究の補助的存在に過ぎないと見なされる傾向が強い現在の視点とは位相を逆にしており，いわば「数学を研究するためには，まずは数学史から」と標ぼうするものである．この思想は時代特有の価値観を表すもので意義深い．

3.『入門』について

3－1．学習者の理解と著作の普及の詳細

この著作が執筆された時期は，オイラーがベルリンのアカデミーを離れ，再度ロシア・ペテルスブルク科学アカデミーに帰還した 1765 年から‘66 年の間であると，オイラー草稿の研究者であるフェルマンからすでに同定されている．[1]このベルリン出発時に同行した若い従者（簡単な勘定計算はできたが，高等な数学の知識はない）に，オイラーは易しい問題からはじめて，次第に高度な代数学を修得させせることを画策する．そのため，良質な自習書が必要となって，執筆されたのが，まさにこのテキストであった．できあがった教科書による代数学教授はたいへんな功を奏して．従者は短期間で代数計算に習熟し，最終的には代数学のみならず解析的問題も解けるようになったとされる．この一連の物語は，この著作を普及させる過程での最適なエピソードとして働き，著作を全ヨーロッパで『原論』に次ぐ数学の普及書として認知させることにいたるのである．ドイツ語原版より例外的に早く出版されたロシア語(1768-9)版をのぞいて，オランダ語版(1773)，フランス語版(1774)，ラテン語版(1790)，英語版(1797, 1822)，そしてギリシャ語版(1800)という各翻訳の存在がこの教科書の普及を如実に物語っている．さらには，ドイツ・レクラム社から出版された，この中で最も普及したドイツ語版は 1883 年から 1943 年の間に 108,000 部以上販売された．先にも述べたが，これはそもそも理科系の著作が少ないレクラム文庫においてはきわめて例外的である．

3－2．構成の相違（ドイツ語原版とフランス語との非対応の問題）

さて，これほどまで普及を遂げた本著作であるが，本論で取り上げるのは，その中でもフランス語版である．この版はその構成において，原版のドイツ語版からは大きく変化を遂げている．英語版はこのフランス語版の構成をもとにしているので，いずれも同一のものとみなしてよい．それでは，ここでフランス語に加えられた変化について説明を行おう．フランス語版では第1巻の分量が膨張している．なぜならば，もともとドイツ語版では第2巻1部に収録されていた代数方程式の解法問題が，第1巻4部として編集され，第1巻が拡充されているからである．[2]ここに明確な翻訳者の問題整理

[1] [Fellmann 1995] p. 108
[2]構成の詳細については本論文の付録を参照．なおオイラー全集版に収録されているドイツ語版を底本とした．

がある．すなわち，定（方程式）問題と不定（方程式）問題という，オイラーはなさなかった2つの区分が，フランス語翻訳では明示されているのである．

それでは，この改編で第2巻の内容はただ短縮されただけだったのか．答えは，否である．主として第2巻2部2章におかれている不定方程式の問題が1巻分の問題として独立し，そこにラグランジュによる補遺を追加されて，逆に拡充された．この第2巻は，近代的な解析的数論研究の始まりを告げる本格的な不定問題に関する理論書となった．これは，入門・教育書的性質の強かった第1巻とは大幅に異なり，研究書としての性格の強調されたものである．その第2巻の付録として記載されたのが著名なラグランジュの補遺であるが，オイラーが残した連分数展開についての考察から，彼の議論が開始されている点はまさに象徴的であろう．ここからガウスをはじめ，19 世紀以降の数論研究者が多くの問題を継承していったからである．

3－3．記述の相違（種々の例）

つづいて，個々の内容について，その改変の様を確認してみよう．このフランス語版への訳者はヨハン（III）・ベルヌーイ(Johann III Bernoulli,1744-1807)である．彼の父親は，若きオイラーの数学的才能を見抜き，修養を積ませた科学革命期の最重要数学者の一人ヨハン(II)・ベルヌーイである．才能に恵まれたベルヌーイ家の系譜を引き継ぎ，ヨハン（III）もベルリンのアカデミーで活躍するのだが，現在でも残る彼の最重要な業績として記憶されているのは，このフランス語訳の作成事業である．この翻訳は単なる逐語訳ではなく，彼による同時代の数学史的知識が補完されたものであり，以下のような研究史記述が大量に脚注として存在している．この点は，オイラーのもともとの著作にほとんど存在しない点であり，重要である．ここから先に挙げた，数学史的叙述を数学書の中に組み込むという特異な発想が実際に理解されよう．まず，注釈のついた興味深い3つの例を紹介し，逆に注釈を与えられなかった例を挙げる．

例1）　対数表の成立についての歴史的記述(1-1-23[3]，フランス語版 p.189-190)

・・・たとえば，379456 の対数は，37945 の対数とわれわれが論じた小表を用いることで容易に見いだせる．(※)

[注釈]（※）これらの英国の表は，シェルビン(Scherwin)が今世紀はじめに出版したものであり，複数回再版された．また同様に，ガーディナー(Gardiner)の表の中においても見いだされ，天文学者たちが広く用いたことでも知られている．これは，アヴィニヨンでつい最近再版されたものである．この表に関して，以下の事項に着目することはよろしい．すなわち，対数技法は 7 桁までしか拡張され得ないので，これらの方法を用いて完全な精密さで，6 桁を超えない数に対してのみにしか，特有の性質からなされた抽象化は効果を発揮できないということについてである．しかし，ブラック(Vlacq)の大規模な表を用いるときには・・・

[3] (巻：Teil ― 部：Abschnitt ― 章：Kapitel)の順に以下記す．以下では全集版に収録されていない記述を頻繁に引用するため，若干の例外を除き専らフランス語版での引用を行っている．

poſés ont de plus que dans les tables. On trouve, par exemple, le logarithme de 379456 facilement, par le moyen de celui de 37945 & des petites tables dont nous parlons (*).

(*) Ces tables angloiſes ſont celles que *Scherwin* publia au commencement de ce ſiecle, & qui ont été réimprimées pluſieurs fois; on les trouve auſſi dans les tables de *Gardiner*, dont les Aſtronomes ſe ſervent communément, & qui viennent d'être réimprimées à Avignon. Il eſt bon de remarquer à l'égard de ces tables, que comme les logarithmes n'y ſont pouſſés que juſqu'à ſept caracteres, abſtraction faite de la caractériſtique, on ne peut par leur moyen opérer avec une entiere exactitude que ſur des nombres qui n'ayent pas plus de ſix caracteres; mais quand on emploie les grandes tables de *Vlacq*,

例1)フランス語版に見られる対数表についての歴史的記述

このように，対数表についての歴史記述は，脚注として本文よりはるかに多く残されており，とりわけ対数表の作成者である数学者の人名，著作等の情報についての記載が充実している．数学史的記述を本文に付加するという訳者の編集方針がここに顕れているのである．つづいて，次の例を考察してみよう．

例2）分数の級数分解についての歴史的記述(1-2-5, *ibid.* pp. 222-223)

第5章　分数の無限数列[級数]への分割(＊)

289　被除数が除数によって除することができない場合，既に述べられたように商は分数によって表示される．

[注釈](＊)この級数理論は，すべての数学において最も重要なものの一つである．この章で問題になっている級数は，前世紀の中葉にメルカトールによって発見され，ニュートンはすぐ後に，根の抽出に端を発する問題を発見したが，これは12章で扱われる予定である．つづいて，この理論は多くの他の格別な幾何学者(数学者)たちによって，完全な新段階を獲得した．ヤーコプ・ベルヌーイの著作と，オイラー氏の『積分学』の第2部は，この題材について最良に学ぶことができる作品である．同様に，1768 年のベルリンの論文を見つけることができる．すなわち，それはラグランジュ氏の新方法であるが，これによって無限数列の方法を用いることですべての文字方程式をいかなる次数であっても解くことができる･･･((以下本文)Chap. V *De la Résolution des Fractions en des suites infinies* (*)289 Quand le dividende n'est pas divisible par le diviseur, le quotient s'exprime, comme nous l'avons déjà dit, par une fraction.(以下脚注部分)(*)La *théorie des séries* est une des plus importantes de toutes les Mathématiques. Les séries dont il est question dans ce chapitre, ont été trouvées par *Mercator* au milieu du siècle passé, & *Newton* trouva bientôt après celles qui dérivent de l'extraction des racines, et dont il sera question au chapitre XII. Cette théorie a reçu ensuite un nouveau degré de perfection de plusieurs autres Géometres distingès. Les OEuvres de *Jacques Bernoulli* & la seconde partie du *Calcul différentiel* de M. *Euler*, sont les ouvrages où l'on pourra le mieux s'instruire sur ces matieres. On trouvera aussi les Mémoires de Berlin pour 1768, une nouvelle méthode de M. *de la Grange* pour résoudre, par le moyen des suites infinies, toutes les équations littérales de quelque degré qu'elles soient.)

『入門』で扱われる内容は，基本的には代数学(die Algebra)の範疇に収まるものであった．しかし，上記のように例外的に無限小解析学の内容の一部が含まれていることがある．この場合，当時の先端的な数学領域であった無限小解析学の内容を当該のテキストでは当然扱いきれるものではない．したがって，例1と同じくその技法の発明・発展の過程をメルカトール，ニュートンらの名前を出した後で，ヤーコプ・ベルヌーイ，オイラー，ラグランジュの著作を挙げることで学習者にとって有益な発展的著作の情報を残しているのである．

さて，以上であげたテキストの注釈と書き換えは，ときとしてオイラーのもともとの記述と反する形で展開されることがある．このような例として，前後するけれども第1巻冒頭部の記述に戻って分析してみよう．

例3）量，数の定義と代数学の位置づけ(1-1-1 *ibid.* pp. 1-5)

この部分の記述は翻訳者と原著者間の見解の相違を例示する重要な例である．オイラーにとって，この著作で扱われる最も基本的かつ重要な対象は，他ならぬ量である．これはドイツ語原版で，量(Größe)の定義からはじまることから明らかである．量はこれ以降扱うすべての議論の対象であるが，それ自体で演算できないため，演算可能な対象である数(Zahl)に変換しなければならない．そのため，単位の設定が求められ，この単位の介在によって量の数化がなされる．1-1-1 における主要な記述だけを紹介しよう．

まず，量とは増加もしくは減少するものとして定義される．(ここではオイラー全集収録のドイツ語版の対応箇所を挙げる：Erstlich wird alles dasjenige eine Größe genennt, welches einer <u>Vermehrung</u> oder einer <u>Verminderung</u> fähig ist, oder wozu sich noch etwas <u>hinzusetzen</u> oder davon <u>wegnehmen</u> läßt.) つづいて，この量と数学の関係について，議論が展開される．オイラーによれば，数学は量の学問であり，量を精密に測定するための手段の追求であるとされる．(...indem die Mathematic überhaupt nichts anders ist als <u>eine Wißenschaft der Größen</u>, und welche <u>Mittel ausfündig(ausfindig) macht</u>, wie man dieselben <u>ausmeßen</u> soll). つづく議論では量の測定には既知の量の設定，すなわち単位(Einheit)の認識が必要とされ，*Gulden, Rubel, Thaler, Pfund, Centner*. といった通貨(Geld)や目方(Gewicht)の例が出される．これら既知の量を1つ選び，その量の単位を設定することで，それらの比が数(Zahl)をつうじて扱われるようになるのである．このように，オイラーにおける量・数・単位，そして数学の諸概念間の関係性はこの時代の鷹揚さを示すものであり，19 世紀の数学基礎論の成立時点の実数・自然数概念の議論の片鱗を一つでも示すものではない．

それでは，この量と数の関係をふまえた上で，オイラーの数学観についての議論を追ってみよう．

オイラーによれば代数学と解析学はどのように定立されていたか，最後尾の記述がそれを明示的に扱っている．以下引用する．

> この結果，すべての数理的科学の基礎は数の科学についての完全な論考に依拠しなければならない．この数学の基礎的部分が解析学であり，代数学とされる.(*Dieser Grundtheil der Mathematic wird die Analytic oder Algebra gennent*).

このように，オイラーのもともとの記述によれば，数学の諸分野において解析学と代数学は「基礎的部分」としてほぼ同義的に用いられている．しかしこの区分に対して，フランス語版では異議が唱えられている．すなわち，以下のような注がヨハン(III)・ベルヌーイによって追加される．

> [注釈]（＊）多くの数学者は，「解析学」と「代数学」を区分する．彼らは「解析学」という言葉によって，またすべての数学研究において精神の負担を軽減する手段により，この一般的規則を与える方法を理解する．すなわち，彼らは，この方法がそこにたどり着くために使われる道具を「代数学」と名付けるのである．これは，ベズー氏が彼の「代数学」の序文において採用する定義である．・・・(以下脚注部分 (*)Pleusierus Mathématiciens distinguent entre *Analyse* et *Algebre*. Ils entendent par le terme d'*Anlyse* la méthode qui enseigne à trouver ces regles générales, au moyen desquelles on soulage l'esprit dans toutes les recherches mathématiques; ils nomment *Algebre* l'instrument que cette méthode emploie pour y parvenir. C'est la définition que M. *Bezout* adopte dans la Préface de son *Algebre*.)

すなわち，翻訳者注では，解析学（無限小解析学）はこの著作で扱われる代数学よりも高等な数学として区分されているのである．この数学観は，まさにここで引用されたベズー(Etienne Bézout,1730-1783)を代表とするフランスの一連の数学者の流れを反映したものである．ベズーは当時のフランス科学アカデミーを代表する人物であり，彼の数学観は最もフランスで流通していたもののひとつであるが，これはオイラーのもともとの数学観とは異質なものであった．また詳細は扱わないが，そもそもダランベールに対しての翻訳者による長大で言葉を尽くした賛辞がフランス語版の冒頭を飾っており，これはすぐに数学的内容から始まるドイツ語版とは異質でフランス科学アカデミーの業績を強調するものである．なお，この種の翻訳者注は英語版にも同様に脚注として継承されていく．

例4）注釈の与えられなかった例：無限級数の収束に関する奇妙な記述(1-2-5 *ibid.* pp. 231-232)

『入門』においては，オイラーの数学通史上の取り扱われ方において一つの重要な材料を提供する場合がある．それは収束についての特異な議論である．参考までに，以下で簡略にふれる．

オイラーは，ある分数多項式 1/(a + 1) が除算によって整多項式で表されることを示した後に，

299項:ここで a = 1 とおくと，注目すべき式 1/2= 1-1+1-1+1-・・・が得られる．これは不合理であるように思われるだろう．この級数を-1 のところで止めれば，0 となり，+1 のところで止めれば 1 となるのだから．しかし，以下でこのことは理解される．すなわち，－1[で終わる場合] でも+1[で終わる場合] でも止むことなしに，無限に[求和を] 続けるならば，1 でも 0 でもなく，その間にある 1/2 が和として生じるのである．

つまり収束値は，驚くことに 1 ＋ 0 の「間」をとって半分とされる．さらに，このすぐ後の 304 項では，もう少し複雑な多項式$\frac{1}{1-a+a^2}$ を考え，やはり除算を行う．

$$\frac{1}{1-a+a^2}=1+a-a^2+a^3-a^4+\cdots$$

同様に a = 1 とおいて上式を 1 = 1 + 1 - 1 + 1 - ・・・とする．そこで「この級数は前の和(299 項で 1/2 としたこと)を二重に含んでいる．前の和が 1/2 であったから，今度がその2倍の 2/2，すなわち 1 になるのには何の疑問もない」と再度似た論が展開される．オイラーは，コーシー以降のいわゆる解析学革命の前に属する，厳密性に関しては比較的「鷹揚な」時代の数学者であったと凡庸な通史書でされることが多いが，ここでの議論はこの鷹揚さの証左の一例になることは否めない．ただし，これはあくまでも一部の記述であり，オイラーの著作すべてを厳密性の取り扱いにおいて無自覚であったと断じる主張は，やはり粗暴である．ただ，文字通り『入門』は初学者に向けたテキストであったため，オイラーは収束に関する本質的な議論については他の研究書に場を譲り，ここでは論を性急に閉じてしまったようであり，翻訳者もこの点への追求はしていない．したがって，この部分のような議論が後世のガウス等による強烈な批判の対象となったのは想像に難くないであろう．

4. 結びとして

これまで，オイラーによるもともとの記述と，主としてフランス語訳の記述の比較を主として行ってきた．『入門』は普及書としての大きな成功を手にしたが，反面その影響力の大きさを利用しようとする勢力からの書き換えを受け，その変更された形式での普及も大きかった．つまり，この著作はオイラーのもともとの意図とは別に，18 世紀後半のパリ科学アカデミー内の有力な構成員のイデオロギーに大きく影響を受けたといえる．この改編は，構成的な変更と数学史的記述の補完という2種の変化を伴っており，とりわけ後者の数学教育へ果たした貢献がアカデミー内で信憑性の高い言説として流通していたため，オイラーの名声は効果的に働いたのである．その結果 20 世紀中においても 18 世紀数学のもつ記述の時代的な限界を超越して，良質の数学書としての地位を残されたのである．

謝辞:なお，この論文は平成 19 年度日本学術振興会科学研究費補助金の助成を受けて完成したものである．資料の入手に協力してくださった京都大学数理解析研究所図書室をはじめとした，各大学図書館の関係者にここで篤く御礼申し上げます．

付録:『代数学への完全な入門』の全構成(ドイツ語版)

第１巻

第1部. 単純量(単項式)についての様々な計算術

1. 一般的な数学について, 2. プラスとマイナス記号の説明, 3. 単純量の乗法について, 4. 因数に関する整数の性質について, 5. 単純量の分割について, 6. 整数の性質について, 7. 一般的な分数について, 8. 分数の性質について, 9. 分数の加減法について, 10. 分数の乗除法について, 11. 平方数について, 12. 平方根について, 13. 不可能・虚量について, 14. 立方数について, 15. 立方根について, 16. 一般的なべき乗について, 17. べき乗の計算について, 18. 一般的にべきに関連する根について, 19. 無理量の表示について, 20. 様々な計算方法について, 21. 一般的な対数について, 22. 現在使われている対数表について, 23. 対数を表現する方法

第2部. 合成量(多項式)についての様々な計算術

1. 合成量の加法について, 2. 合成量の減法について, 3. 合成量の乗法について, 4. 合成量の除法について, 5. 分数の無限数列への分解について, 6. 合成量の平方について, 7. 根の抽出について, 8. 無理量の原因について, 9. 立方と3乗根の抽出について, 10. 複合量のより高次のべき乗について, 11. 文字の置換について, 12. 無理量のべき乗について, 13. 負のべき乗の解法について

第3部. 比と比率

1. 算術比, すなわち2数の間の差について, 2. 算術的比例について, 3. 算術(等差)数列について, 4. 算術(等差)級数について, 5. 多角数について[4], 6. 幾何比について, 7. 最大公約数について, 8. 幾何(等比)数列について, 9. 比率の規則に関する観察, 10. 複合された関係について, 11. 幾何(等比)数列について, 12. 無限小数について, 13. 利息の計算について

第2巻

第1部. 代数方程式の解法

1. 一般的な問題の解法について, 2. 1次方程式の解法について, 3. 諸問題の解法について, 4. 2次以上の方程式の解法について, 5. 純粋4次方程式の解法について, 6. 混合2次方程式の解法について, 7. 多角数の根の抽出について, 8. 2項の平方根の抽出について, 9. 2次の方程式の性質について, 10. 純粋3次方程式について, 11. 完全な3次方程式について, 12. カルダーノ, もしくはシィピオーネ・デル・フェッロの規則について, 13. 4次方程式の解法について, 14. ボンベッリの規則について, 15. 新方法について, 16. 近似による方程式の解法について

---

[4]多角数とは, 初項1, 交差が特定の整数の等差数列のはじめのｎ項の和を第ｎ項とする数列の各項をなす数.

第2部. 不定解析

1. 1個以上の未知量を含む, 1次方程式の解法, 2. 2つの方程式を使った3個以上の未知量を決定するための「レーグラ・カエキ」と呼ばれる方法について, 3. ある不定量が1次を超過しないような, 連立不定方程式について, 4. 式$\sqrt{a+ax+cx^2}$であらわされる無理量を有理量にする方法について, 5. 式$a+ax+cx^2$が必ず平方にならないような場合について, 6. 式ax^2+bが平方になるような整数の場合について, 7. 式an^2+1が整数の2乗となることによる, 特殊な方法について, 8. 無理式$\sqrt{a+bx+cx^2+dx^3}$を有理式にする方法について, 9. 共役不能な式$\sqrt{a+bx+cx^2+dx^3+ex^4}$を有理式にする方法について, 10. 無理式$\sqrt[3]{a+bx+cx^2+dx^3}$を有理式にする方法について, 11. 式$ax^2+bxy+cy^2$の2項分解について, 12. 式$ax^2+cy^2$を平方とより高次のべき乗に変換することについて, 13. 平方に還元できない式ax^4+by^4 のいくつかの式, 14. 代数学のこの分野に属する, 幾つかの問題の解法, 15. 立方が必要とされるような幾つかの問題の解法

ラグランジュ氏による補遺

1. 連分数について, 2. いくつかの新しく奇妙な数論の問題の解法, 3. 2個の未知量をもつ, 1次の整数方程式の解法について, 4. 2個の未知量をもち, そのうちの1つが1次を超過しないような整数方程式を解くための一般的方法, 5. 有理量の式 $\sqrt{a+bx+cx^2}$を与えるようなある x の値を見出すための直接的かつ一般的方法. その方法はまた, 2個の未知量をもつ, 2次の不定方程式を有理量に分解するための方法でもある(ただしこの種の解法を許す場合において), 等式$Ap^2+Bq^2=z^2$を整数に分解する方法, 6. 二重, 三重の方程式について, 7. 整数で表示されるyの値を見出す直接的かつ一般的方法. この値によってAとBが任意の整数の場合, 式$\sqrt{Ay^2+B}$の量が有理化される. またこの方法によって, 2個の未知量をもつ不定2次方程式が整数へと分解されるような可能な解法すべてが見出される. つづいて, 方程式$Cy^2-2nyz+Bz^2=1$の整数への分割. 第1方法と第2方法. 方程式の可能な解法すべてを, そのうちの1つしか分からない場合に出す方法について. つづいて, 2個の不定量をもつ整数の不定2次方程式の可能な解法すべてを見出す方法について, 8. 方程式$p^2=Aq^2+1$と, それらを整数に帰すための共通の方法についての所見, 9. 互いにかけ合わせられた際に同様の関数がつねに得られるような, すべての次数の代数関数を見つけるための方法について

参考資料

1次文献

de la Chapelle, Jean-Baptiste

Institutions de géométrie enrichies de notes critiques et philosophique sur la nature et les developpements de l' ésprit humain (Paris, 1757).

Clairaut, A. C.
Elémens de Géométrie (Paris, 1741)

Euler, L.
Vollständige Anleitung zur Algebra : mit den Zusatzen von Joseph Louis Lagrange; hrsg. von Heinrich Weber ; mit einem Vorwort zur Eulerausgabe und der Lobrede von Nicolaus Fuss. -- B.G. Teubner, 1911. -- (Leonhardi Euleri Opera omnia / sub auspiciis Societatis Scientiarum Naturalium Helveticae ; edenda curaverunt, Ferdinand Rudio, Adolf Krazer, Paul Stackel ; ser. 1 . Opera mathematica ; v. 1)

Elémens d'Algèbre ; traduits de l'allemand avec des notes et des additions. 2 vols. (Lyon : Chez Jean-Marie Bruyset, 1774)

Elements of Algebra translated from the French with the notes of Bernoulli and the additions of M. de la Grange, some original notes by the translator, memoirs of the life of Euler and praxis to the whole work. translated by Francis Horner, John Hewlett, 2 vols. 1st ed. (London, 1797)

An Introduction to the Elements of Algebra ... Selected from the Algebra of Euler translated by J. Farrar. (Cambridge: 1818)

Elements of Algebra translated by Francis Horner, John Hewlett 3rd ed. (London: 1822)

Rudolff, Christoff
Behend vnnd Hubsch Rechnung durch die kunstreichen regeln Algebre so gemeinlicklich die Coss genent werden. Darinnen alles so treuelich an tag gegeben, das auch allein auss vleissigem lesen on allen muendtliche vnterricht mag begriffen werden, etc. Vuolfius Cephaleus Joanni Jung, (Strassburg, 1525).

2次文献

Fellmann, Emil A. *Leonard Euler*, Rowohlt Taschenbuch Verlag, Reinbek.1995.

Richards, Joan L. "Historical Mathematics in the French Eighteenth Century" *Isis*, 2006(97) pp.700-713.

Mahoney, Michael S. “The Beginnings of Algebraic Thought in the Seventeenth Century,” in *Descartes: Philosophy, Mathematics, and Physics*, ed. Stephen Gaukroger (New York: Barnes & Noble Books, 1980), pp. 141-155.